

**TEST-KLAUSUR VO ALGEBRA WS 2014, 26. NOV 2014**

**1** Beschreibe eine nicht-triviale Abbildung  $f : R \rightarrow S$  zwischen zwei Ringen, die (a) additiv aber nicht multiplikativ, (b) multiplikativ aber nicht additiv ist.

**2** (a) Zeige, dass die Gruppe  $S_4$  der Permutationen von 4 Elementen eine Untergruppe  $G$  vom Index 6 besitzt. (b) Finde eine zweite solche Untergruppe  $H$ . (c) Finde  $G$  und  $H$  so, dass die beiden Gruppen nicht zueinander konjugiert sind.

**3** Vereinfache das Erzeugendensystem des Ideals  $I = \langle x^2 + y^3, y^2 - z^3, z^2 + x^3 \rangle$  in der Lokalisierung  $K[x, y, z]_{\langle x, y, z \rangle}$  des Polynomrings.

**4** Beschreibe eine Situation, in der das semi-direkte Produkt von Gruppen in natürlicher Weise auftritt.